

Distribución de recursos del Plan de Atención Básico con criterio de equidad, Bogotá 2002

Resource distribution for the Basic Care Plan with equity approach, Bogotá 2002

Juan Fernando Ospina Giraldo^a, Doracelly Hincapié Palacio^a y Libia Esperanza Forero García^b

^aFacultad Nacional de Salud Pública Universidad de Antioquia. Medellín, Antioquia, Colombia.

^bSecretaría Distrital de Salud. Bogotá, DC, Colombia

Descriptores

Asignación de recursos. Asignación de recursos para la atención de salud. Servicios básicos de salud. Financiamiento de la salud. Organización del financiamiento. Indicadores de salud. Equidad financiera.

Keywords

Resource allocation. Health care rationing. Basic health services. Financing, health. Financing, organized. Health status indicators. Financial equity.

Resumen

Objetivo

Aplicar una técnica que oriente la distribución de recursos financieros del Plan de Atención Básico para acciones colectivas, según las condiciones de salud diferenciales.

Métodos

Se parte de la estimación previa de un índice global de salud mediante análisis de componentes principales, que jerarquiza las localidades de Bogotá, Colombia, en grupos según su estado de salud: "peor" estado, "intermedio" y "mejor" que los anteriores. Se aplica una técnica de mínimos cuadrados que minimice la diferencia entre el índice global de salud observado y un índice esperado con la inversión de tales recursos.

Resultados

Se obtiene la distribución de los recursos del Plan de Atención Básico para las veinte Localidades, destinando una cifra superior a la mediana Distrital en las Localidades con "peor" estado de salud. Además, se identifican las Localidades con déficit para el cubrimiento universal de la población de acuerdo con la destinación per cápita de dichos recursos.

Conclusión

La técnica utilizada pone en evidencia la diferencia en las condiciones de salud entre las localidades con "peor" estado de salud, con respecto a las localidades con "mejor" estado, a pesar de la incremento en la asignación del Plan de Atención Básico, indicando la necesidad de inversión social a nivel intersectorial en dichas localidades.

Abstract

Objective

To apply a technique that will guide financial resources distribution for the Basic Care Plan for carrying out collective actions according to different health conditions.

Methods

A prior estimation of a global health index was performed by means of the analysis of major components prioritizing areas of Bogotá according to their health condition: "poor", "intermediate," and "good". A square minimum technique was applied to minimize difference between observed and expected global health index after resource investment.

Correspondencia para/ Correspondence to:
Doracelly Hincapié Palacio
CI62 N° 52-59
Medellín, Antioquia, Colombia
E-mail: doracely@guajiros.udea.edu.co

Recibido en 3/8/2002. Representado en 28/4/2003. Aprobado en 5/5/2003.

Results

Resource distribution for the Basic Care Plan was achieved for twenty areas of Bogotá and a higher amount than the district median was allocated in areas with "poor" health conditions. Also, areas lacking universal health coverage were identified using the per capita resource allocation.

Conclusions

This technique puts in evidence the disparity in health conditions between areas of "poor" health condition and those with "good" condition, in spite of the increased coverage of the Basic Plan of Attention, indicating the need of intersectorial social investment in these areas.

INTRODUCCIÓN

La distribución de los recursos en salud basados en el principio de equidad, ha sido una constante preocupación especialmente en los países en vía de desarrollo donde la distribución presupuestal en salud es cada vez más escasa, en contraposición con el incremento de las necesidades a nivel poblacional.^{13,15}

Los criterios técnicos para la distribución de los recursos en salud han sido la identificación de necesidades en salud a través de los principales indicadores de morbi mortalidad, la oferta de recursos en salud, la producción de servicios, las condiciones de vida, el tamaño de la población, entre otros aspectos.^{1,14}

En Colombia se cuenta con los recursos del Plan de Atención Básico en Salud (PAB) para la atención colectiva en salud, un paquete de servicios que incluye un conjunto de actividades, intervenciones y procedimientos de promoción de la salud, prevención de la enfermedad, vigilancia en salud pública y control de factores de riesgo financiado por los recursos fiscales del gobierno nacional, complementado con recursos de los entes territoriales, según se contempla en la reforma de la prestación de servicios de salud, realizado en el país desde 1993.⁸ Sin embargo, en medio del complejo proceso político para la distribución de los recursos del plan, no se cuenta con técnicas que permitan identificar las zonas geográficas con necesidades prioritarias en salud y herramientas que orienten dicha distribución con sentido de equidad y justicia distributiva.

En el presente trabajo se diseña una técnica para la distribución de los recursos del PAB de las veinte Localidades que conforman la ciudad de Bogotá capital de Colombia con alrededor de 7 millones de habitantes, a partir de la identificación del índice global de salud (IGS) que establece la jerarquía entre las veinte Localidades de acuerdo con sus condiciones de salud, buscando que aquellas Localidades con unas condiciones de salud más precarias según el ín-

dice global de salud, reciban una distribución de los recursos del PAB proporcionalmente mayor, que tienda a incrementar en forma paulatina la distribución per cápita de recursos en salud y a mejorar las condiciones en salud de la población.

MÉTODOS

Se obtiene una distribución presupuestal de los recursos del PAB por Localidad para el año 2002, mediante el método de mínimos cuadrados condicionado, dado que el monto total del presupuesto a asignar es fijo, teniendo en cuenta el estado de salud de cada Localidad, según el IGS, previamente estimado.^{6,7}

El método de mínimos cuadrados busca minimizar la desviación o diferencia entre el índice global de salud deseado (IGSd) por Localidad y el índice global de salud que se espera alcanzar luego de la inversión de recursos del PAB (IGSi), mediante los siguientes pasos:

Estimación del índice global de salud observado (IGS)

Por medio de la técnica de análisis de componentes principales.¹⁰

La construcción del índice se realizó en un trabajo previo⁶, mediante la selección de catorce indicadores sobre las condiciones demográficas, de vida y de salud en cada una de las 20 Localidades. En las condiciones demográficas se incluyeron los siguientes indicadores: porcentaje de población menor de 15 años (V_1), porcentaje de población mayor de 65 años (V_2) y porcentaje de mujeres en edad fértil (V_3). Los indicadores de condiciones de vida fueron: porcentaje de población en estratos bajos 1 y 2 (V_4), porcentaje de viviendas sin servicios públicos de acueducto, alcantarillado y energía (V_5), porcentaje de hogares con tres o más personas en un solo cuarto (V_6), porcentaje de población económicamente activa desocupada (V_7), tasa de analfabetismo (V_8) y porcentaje

de viviendas sin recolección pública o privada de basuras (V_9). Los indicadores de morbilidad y mortalidad fueron: proporción de mortalidad en menores de un año (V_{10}), proporción de mortalidad por enfermedades cardio cerebro vasculares en mayores de 45 años (V_{11}), proporción de mortalidad por lesiones, homicidios, suicidios y accidentes (V_{12}), proporción de incidencia de las enfermedades inmuno prevenibles (V_{13}) y proporción de incidencia de enfermedad diarreica aguda en menores de cinco años (V_{14}).

La información se obtuvo de los registros oficiales del Censo de Población y Vivienda del Departamento Administrativo Nacional de Estadísticas DANE Colombia, el Departamento Administrativo de Planeación Distrital y la información de morbilidad por consulta externa y de mortalidad de la Secretaría Distrital de Salud.^{3,4}

Alguna información relevante no estaba disponible en forma desagregada por Localidad o no era confiable, como era el caso de la información sobre cobertura de vacunación, control prenatal, crecimiento y desarrollo, prevención y control de la tuberculosis entre otros. En la Localidad rural de Sumapaz, no se obtuvo el índice debido a que no se tenía información demográfica y de condiciones de vida, debiendo asumir el índice de la Localidad de Ciudad Bolívar que a pesar de su carácter urbano es la Localidad con condiciones de vida más precarias.

Elección del índice global de salud deseado por Localidad (IGSd)

El IGSd es la suma entre el índice global de salud observado IGS más el mejoramiento deseado por Localidad según una cierta función f_i estimada para cada Localidad desde $i=0\dots 18$.

Para la obtención de este índice, se asume que la Localidad con peor estado de salud mejoraría su IGS a lo sumo en 0.5 unidades en el período de estudio. Las demás Localidades mejorarían su índice según una función exponencial decreciente, de tal manera que la Localidad con mejor estado de salud, incrementaría su índice a lo sumo en 0.09 unidades de acuerdo con la siguiente expresión:

$$f_i := 0.5 \cdot e^{(i-18) \cdot 0.09}$$

No se asumió que todas las Localidades mejoraran su índice con un valor constante de 0.5, puesto que es necesario mitigar en algo la inequidad en el estado de salud entre las Localidades, bajo la

consideración de la escasez de los recursos en salud.

Estimación del índice global de salud esperado luego de la inversión de recursos del PAB (IGSi)

Se obtiene asumiendo que todas las localidades tienen el mismo mejoramiento de su estado de salud por cada peso invertido en ellas, expresado en un "coeficiente de respuesta", calculado según se explica en el Anexo.

Luego de obtenido el coeficiente de respuesta, éste se multiplica por el monto que le corresponde a cada Localidad y se suma con el respectivo IGS, teniendo como resultado el IGSi.

Definición de la función objetivo a minimizar

Sometida a la condición de un monto fijo a repartir, mediante la suma de los cuadrados de las diferencias entre el IGSi y el IGSd para cada Localidad.

La función objetivo condicionada tiene veinte variables desconocidas que representan las distribuciones buscadas para las veinte Localidades. Para minimizar la función objetivo se obtienen sus derivadas respecto de las veinte variables y se igualan a cero, obteniéndose un sistema de veinte ecuaciones con veinte incógnitas.

La solución del sistema se da en términos de un coeficiente de respuesta cuyo valor es 5.19×10^{-10} , el cual satisface la exigencia matemática de ser mayor de 1.30×10^{-10} , valor mínimo que se obtuvo al requerir la positividad de todas las soluciones del sistema de veinte ecuaciones.

Obtención de las asignaciones deseadas sustituyendo el valor del coeficiente de respuesta en la solución del sistema de veinte ecuaciones.

Finalmente, teniendo en cuenta el interés de determinar el monto del PAB que se requeriría para la prestación de acciones colectivas con cobertura universal, se obtiene la mediana de distribución per cápita a nivel Distrital, como parámetro de comparación.

RESULTADOS

El IGS calculado para cada Localidad mediante la técnica de componentes principales, resulta de la combinación lineal de los componentes del autovector principal (o ponderadores para cada indicador) y el valor de cada uno de los catorce indicadores seleccionados (V_1 a V_{14}) según la siguiente expresión:

$$IGS_{Localidad X} = (0.043 * V_{14}) + (0.26 * V_{11}) - (0.25 * V_8) + (0.14 * V_{13}) - (0.01 * V_{12}) + (0.19 * V_{10}) + (0.3 * V_9) - (0.29 * V_7) - (0.32 * V_4) + (0.32 * V_2) + (0.26 * V_3) - (0.35 * V_1) - (0.3 * V_5) - (0.3 * V_8)$$

Donde V_1, V_2, \dots, V_{14} , corresponde al valor para cada una de las Localidades, de los 14 indicadores enunciados antes. El porcentaje de variación explicado por la componente principal correspondiente al mas alto autovalor fue del 50.7%.⁶

De acuerdo con el resultado del IGS se identificaron tres grupos de Localidades: aquellas con “peor” estado de salud o Grupo I, que corresponde a las Localidades con índice negativo, las Localidades con “posición intermedia” o Grupo II que corresponde a las que tienen un índice global entre cero y uno y las Localidades con “mejor” estado de salud que las primeras con un índice global positivo y mayor de uno (Grupo III). Dado que dicho valor indica la relación jerárquica entre las Localidades más que el valor absoluto del índice, se suma cinco a cada índice, con el fin de facilitar la visualización de tal valor.

En la Table 1 se observa el cálculo del IGS, IGSd y el IGSI, además del porcentaje de incremento en el IGSI por Localidad con respecto al IGS. Esta información sigue siendo notoria la diferencia entre el IGSI y el IGS en las Localidades con “peor” estado de salud (Ciudad Bolívar, Sumapaz, Usme, San Cristóbal), con respecto a las demás Localidades, a pesar del considerable mejoramiento del IGSI con

respecto al IGS, superior al 200% en Ciudad Bolívar y Sumapaz y entre el 12 y el 28% en Usme y San Cristóbal mientras que tal incremento es inferior al 1% en las Localidades con “mejor” estado de salud.

El resultado del IGSI tiene relación con el coeficiente de respuesta obtenido, cuyos valores no se presentan en la tabla. Así, las Localidades de Ciudad Bolívar, Usme y Sumapaz mejorarían su índice de salud observado en 0.2 unidades por cada mil millones de pesos invertidos, mientras que las demás Localidades con “peor” estado de salud, mejorarían su índice en 0.1 unidades. Las Localidades con estado de salud “intermedio” y “mejor”, presentaron un coeficiente de respuesta inferior a 0.1.

En la Table 2 se presenta la distribución de los recursos del PAB por Localidad para el año 2002, con un monto total de \$ 15 mil millones y una mediana de \$7.26 x 10⁸.

Con respecto a la distribución per cápita, es evidente que ésta varía de acuerdo con el tamaño de la población, siendo superior en Sumapaz y Candelaria donde habitan menos de 30.000 habitantes, la primera Localidad es de carácter rural y en la segunda, existen amplias zonas marginales de la población. Adicionalmente, se logra una distribución superior al valor Distrital de \$ 2.444 por habitante, en la mayoría de las Localidades con “peor” estado de salud, esto es, grupo I excepto Rafael Uribe y Kennedy y en las Localidades de Mártires y Antonio Nariño del grupo de Localidades que tienen menos de cien mil habi-

Tabla 1 - Comparación del índice global de salud observado, deseado y esperado con la inversión de recursos del Plan de Atención Básico por Localidad. Bogotá, 2002.

Localidad	Índice observado IGS 1999	Índice deseado IGSd 2002	Índice con inversión IGSi 2002	% Incremento
Grupo I				
C. Bolívar	0,07	0,56	0,25	239,63
Sumapaz	0,07	0,55	0,24	224,82
Usme	0,55	1,02	0,71	28,29
S Cristóbal	1,19	1,65	1,34	12,16
Bosa	3,15	3,59	3,28	4,29
Santafe	3,60	4,04	3,73	3,47
Raf Uribe	3,64	4,06	3,75	3,16
Kennedy	4,12	4,54	4,23	2,55
Tunjuelito	4,52	4,93	4,62	2,12
Candelaria	4,91	5,31	5,00	1,77
Grupo II				
Fontibón	5,05	5,43	5,12	1,55
Engativa	5,28	5,66	5,35	1,31
Suba	5,30	5,67	5,36	1,13
Grupo III				
Usaquen	6,33	6,69	6,38	0,82
P Aranda	6,46	6,82	6,50	0,67
Mártires	6,99	7,34	7,03	0,50
A. Nariño	7,19	7,52	7,21	0,38
B. Unidos	7,57	7,90	7,59	0,26
Teusaquillo	9,14	9,46	9,15	0,13
Chapinero	9,94	10,26	9,95	0,05

IGS – Índice Global de Salud
IGSd – Índice Global de Salud Deseado
IGSi – Índice Global de Salud Esperado

tantes y hacen parte del grupo con “mejor” estado de salud – grupo III.

En el mismo cuadro se presenta la cuantía en millones que se requeriría para el cubrimiento universal de servicios básicos en salud pública a la población total, como producto de la mediana distrital de distribución per cápita por el número de habitantes de cada Localidad.

De esta manera se observa que con dicha distribución se lograría un cubrimiento universal en la Localidad de Rafael Uribe mientras que aún persisten Localidades con un importante déficit para el cubrimiento mínimo de la población tales como Kennedy del Grupo I, todas las localidades del grupo II con un mayor déficit en Engativá y Suba y en las localidades de Usaquén, Puente Aranda, Barrios Unidos, Teusaquillo y Chapinero del grupo III.

DISCUSIÓN

En el presente trabajo se aplica la técnica de mínimos cuadrados para la distribución de los recursos del Plan de atención Básico de 20 Localidades de Bogotá DC., a partir de la definición del índice global de salud, indicador estimado mediante análisis de componentes principales, que jerarquiza las condiciones de salud de las Localidades en “peor” estado, en condiciones “intermedias” y en “mejor” estado que las anteriores.

Las limitaciones en la información disponible para la estimación del índice global de salud IGS en cuanto a nivel de desagregación, actualidad y probable subregistro aún en la información censal, puede generar problemas de imprecisión en el cálculo del índice y la aplicación del método de mínimos cuadrados. Sin embargo, dado que el índice global de salud brinda información de la jerarquía de las Localidades según el estado de salud, más que de su valor absoluto, la imprecisión en los datos no es tan relevante, máxime luego de la verificación previa de la validez externa que tiene el indicador.⁶

La aplicación de la técnica de mínimos cuadrados para la distribución del recurso presupuestal implica la definición del nivel de mejoramiento en el IGS expresado en el índice de salud deseado (IGSd) en el período de estudio y el coeficiente de respuesta del índice de salud esperado luego de la inversión del PAB (IGSi). Dado que no se conocen estudios previos que brinden tal información, se han elegido valores que pudieran resultar lógicos, sin embargo, se requiere la realización de estudios adicionales que orienten la elección de dichos valores y permitan verificar el comportamiento del índice global de salud en el tiempo, luego de la inversión del PAB a mediano y largo plazo.

Esto es relevante si se tiene en cuenta que a pesar de la distribución considerable de recursos del PAB en las Localidades con “peor” estado de salud, sigue

Tabela 2 - Distribución de los recursos del Plan de Atención Básico por Localidad, per cápita y requerimiento para el cubrimiento universal de la población. Bogotá, 2002.

Localidad	PAB 2002 en millones	Número de habitantes 2002	PAB per cápita en pesos 2002	Requerimiento universal en millones 2002	Diferencia distribución y requerimiento en millones
Grupo I					
C. Bolívar	1.570E+09	628.672	2.504,17	1.520,27	54,03
Sumapaz	1.48E+09	5.230	282.217,97	12,79	1.476,00
Usme	1.38E+09	259.189	5.323,91	626,78	753,12
S Cristóbal	1.29E+09	457.726	2.809,54	1.106,88	179,12
Bosa	1.19E+09	450.468	2.651,02	1.089,33	104,87
Santafe	1.10E+09	107.044	10.319,12	258,86	845,74
Candelaria	1.02E+09	27.450	37.045,54	66,38	950,52
Raf Uribe	9.31E+08	385.114	2.418,22	931,29	0,00
Kennedy	8.48E+08	951.330	890,95	2.300,52	-1.452,93
Tunjuelito	7.66E+08	204.367	3.747,18	494,20	271,60
Grupo II					
Fontibón	6.86E+08	300.352	2.283,55	726,32	-40,45
Engativa	6.08E+08	769.259	790,06	1.860,24	-1.252,48
Suba	5.31E+08	753.593	705,18	1.822,35	-1.290,93
Grupo III					
Usaquén	4.57E+08	439.341	1.039,76	1.062,42	-605,61
P Aranda	3.84E+08	282.491	1.359,02	683,13	-299,22
Mártires	3.13E+08	95.541	3.272,52	231,04	81,62
A. Nariño	2.43E+08	98.355	2.470,95	237,84	5,19
B. Unidos	1.75E+08	176.552	991,10	426,94	-251,96
Teusaquillo	1.08E+08	126.125	860,18	305,00	-196,51
Chapinero	4.35E+07	122.991	353,68	297,42	-253,92
Total	1.51E+10	6.64E+06	2.279,25		
Mediana	7.26E+08		2.418,22		

PAB – Plan de Atención Básico en Salud.

siendo notoria la diferencia en el IGSi en estas Localidades con respecto a las que tienen un mejor estado de salud. Dicha situación implica por un lado, que el monitoreo debe realizarse en forma geo referenciada de acuerdo con el diferencial observado en el estado de salud de las Localidades, pero también que pueden ser insuficientes los recursos del PAB para obtener un mejoramiento considerable en el estado de salud de esta población, debiendo incrementar el apoyo intersectorial y la inversión en otros sectores sociales, en un esfuerzo sostenido en el tiempo que alivie en parte la deuda social que se tiene con dichas Localidades, incentive el desarrollo y promueva la capacidad de planeación en salud.⁵

Como ha sido mencionado por algunos autores, en los procesos de planeación en salud es conveniente la definición de territorios “homogéneos” en cuanto a las condiciones de vida y salud, más que a los límites geográficos.^{9,11} En este trabajo, especial atención debe brindarse a aquellas Localidades con estado de salud “intermedio”, pues puede tratarse de Localidades heterogéneas con grupos de habitantes en precarias condiciones de vida y salud, considerable movilidad interna y presencia de población desplazada.

Un asunto crítico es el cubrimiento universal de la población con las acciones de salud pública bajo la regulación estatal, en contraposición con la prestación de servicios a ciertos segmentos de la población medido por los procesos de afiliación por parte de entes aseguradores, en el contexto de la lógica del mercado en salud.^{2,12} En la presente técnica de distribución de recursos por Localidad según un criterio de equidad en las condiciones de salud, es posible identificar los recursos financieros per cápita que se requerirían para el cubrimiento con las acciones de Salud Pública, pudiendo establecer metas para el logro de cobertura universal en diferentes plazos y acorde con la modificación observada en el índice global de salud. De esta forma, en próximos períodos podría intentarse el mantenimiento de la financiación con recursos del PAB en aquellas Localidades que no presentaron déficit para el cubrimiento universal con los recursos del PAB distribuidos en el 2002, pero deberá incrementarse la asignación presupuestal en aquellas Localidades que presentaron déficit considerable. De interés especial será la realización de ajustes apropiados en la técnica de mínimos cuadrados, de tal forma que en años futuros, se tenga en cuenta el recurso financiero distribuido en dicho año y se realicen los ajustes pertinentes de acuerdo con el tamaño de la población.

REFERENCIAS

1. Arredondo A. Efficacy indicators for the allocation of health resources. *Rev Med Chil* 1999;127:856-61.
2. Curtis S, Petukhova N, Sezonova G, Netsenko N. Caught in the “traps of managed competition”? Examples of Russian health care reforms from St Petersburg and the Leningrad Region. *Int J Health Serv* 1997;27:661-86.
3. Departamento Administrativo de Planeación Distrital - Santa Fe de Bogotá. *Estadísticas*. Bogotá (DC); 1997.
4. Departamento Administrativo Nacional de Estadísticas - Colombia. *Censo de población y vivienda*. Bogotá (DC); 1993.
5. Green A. The state of health planning in the '90s. *Health Policy Plann* 1995;10:22-8.
6. Hincapié P, Ospina J, Forero G, Forero O. Índice global del estado de salud: una propuesta de priorización para Santa Fé de Bogotá DC. *Bol Epidemiol Distl* 1999;4:2-7.
7. Kim J, Mueller CW. *An introduction to factor analysis: what it is and how to do it*. Beverly Hills: Sage; 1978.
8. Ministerio de Salud de Colombia. *Resolución 4288 de Noviembre de 1996*. Bogotá (DC); 1996.
9. Picketta KE, Pearl M. Multilevel analyses of neighborhood socioeconomic context and health outcomes: a critical review. *J Epidemiol Commun Health* 2001;55:111-22.
10. Ravindran A, Phillips T, Solberg J. *Operations research principles and practice*. Richmond: John Wiley & Sons; 1987. p. 637.
11. Reijneveld S, Verheij R, Bakker D. The impact of area deprivation on differences in health: does the choice of the geographical classification matter? *J Epidemiol Commun Health* 2000;54:306-13.
12. Saltman RB. Regulating incentives: the past and present role of the state in health care systems. *Soc Sci Med* 2002;54:1677-84.
13. Shelton TA, Smith PC. Equity in the allocation of health care resources. *Health Econ* 2000;9:571-4.
14. Wolfson M, Rowe G. On measuring inequalities in health. *Bull World Health Organ* 2001;79:553-60.
15. Woodward A, Kawachi I. Why reduce health inequalities? *J Epidemiol Commun Health* 2000;54:923-9.

ANEXO

Método de distribución usando mínimos cuadrados

Para repartir una cantidad M entre un conjunto jerarquizado de localidades según las condiciones de vida y de salud, se utiliza el siguiente procedimiento:

Para la localidad i - ésima de las n localidades jerarquizadas le corresponde un indicador denotado I(i) antes del reparto y de la aplicación efectiva de la distribución y una distribución denotada X(i) tal que:

$$\sum_{i=1}^n X_i = M$$

Se asume que para la i-esima localidad su distribución correspondiente X(i), y la aplicación efectiva de esta, genera un incremento de su indicador global de salud respecto del valor que tenía antes de recibir y aplicar su distribución, el cual es directamente proporcional a la distribución recibida por esa Localidad, siendo alpha la constante de proporcionalidad, denotando tal incremento en el indicador I(i), como delta I(i), en definitiva se asume lo siguiente:

$$\Delta I(i) = \alpha \cdot X(i)$$

Por tanto el indicador global de salud después del reparto será la suma entre I(i) y delta I(i):

$$I(i) + \Delta I(i) = I(i) + \alpha \cdot X(i)$$

De otro lado se espera un incremento del indicador global de salud para cada localidad que también sea asociado a la jerarquización establecida entre las localidades, es decir, el incremento esperado en el indicador sigue una distribución exponencial decreciente donde A es el incremento esperado para Localidad en peor estado de salud y b, es el coeficiente de atenuación del incremento del indicador en cada Localidad, según la siguiente expresión:

$$\delta I(i) = A \cdot e^{-b \cdot i}$$

Por tanto, el indicador global de salud esperado después del reparto es:

$$I(i) + \delta I(i) = I(i) + A \cdot e^{-b \cdot i}$$

Entonces el método de reparto consiste en determinar X(i) de tal modo que se minimice la diferencia entre el incremento esperado (dI(i)) y el incremento

efectivamente obtenido (DI(i)), mas precisamente se tiene el siguiente problema de minimización: Hallar los X(i) tal que se minimice la siguiente suma de cuadrados de diferencias entre incrementos:

$$\sum_{i=1}^n \left(A \cdot e^{-b \cdot i} - \alpha \cdot X(i) \right)^2$$

pero sometido a la restricción de una cantidad fija M a repartir:

$$\sum_{i=1}^n X(i) = M$$

Usando un multiplicador de Lagrange denotado λ , el problema se reduce a minimizar lo siguiente:

$$\sum_{i=1}^n \left(A \cdot e^{-b \cdot i} - \alpha \cdot X(i) \right)^2 + \lambda \cdot \left(\sum_{i=1}^n X(i) - M \right)$$

Las ecuaciones para determinar las X(i) son las siguientes:

$$\frac{d}{dX_i} \left[\sum_{j=1}^n \left(A \cdot e^{-b \cdot j} - \alpha \cdot X_j \right)^2 + \lambda \cdot \left(\sum_{j=1}^n X_j - M \right) \right] = 0$$

$$\frac{d}{d\lambda} \left[\sum_{j=1}^n \left(A \cdot e^{-b \cdot j} - \alpha \cdot X_j \right)^2 + \lambda \cdot \left(\sum_{j=1}^n X_j - M \right) \right] = 0$$

Luego de la resolución del sistema de ecuaciones, se obtiene la siguiente expresión:

$$X(i) = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{A}{\exp(b \cdot i)} - \frac{1}{n} \cdot \frac{A}{\alpha} \cdot \sum_{j=1}^n \exp(-b \cdot j) + \frac{1}{n} \cdot M$$

Se asumen conocidas las constantes A, b, M y n, para determinar alfa se impone la condición también obvia dada por:

$$X(i) \geq 0$$

Así para determinar alfa se substituye X(i) en la expresión anterior y se resuelve la siguiente desigualdad:

$$\frac{1}{\alpha} \cdot \frac{A}{\exp(b \cdot i)} - \frac{1}{n} \cdot \frac{A}{\alpha} \cdot \sum_{j=1}^n \exp(-b \cdot j) + \frac{1}{n} \cdot M \geq 0$$

Entonces despejando alfa se obtiene el resultado que sigue:

$$\alpha \geq -A \cdot \frac{n}{(M \cdot \exp(b \cdot i))} + \frac{A}{M} \cdot \sum_{j=1}^n \exp(-b \cdot j)$$

Ahora para satisfacer esta ultima exigencia se escribe lo siguiente:

$$\alpha = -A \cdot \frac{n}{(M \cdot \exp(b \cdot n))} + \frac{A}{M} \cdot \sum_{j=1}^n \exp(-b \cdot j) + d$$

Donde d es una constante positiva relativamente pequeña.

Finalmente se substituye alfa en la expresión para X(i), se simplifica y se obtiene la solución dada por:

$$X(i) = \frac{\frac{1}{\exp(b \cdot i)} - \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^n \exp(-b \cdot j)}{\frac{-n}{M \cdot \exp(b \cdot n)} + \frac{1}{M} \cdot \sum_{j=1}^n \exp(-b \cdot j) + \frac{d}{A}} + \frac{1}{n} \cdot M$$